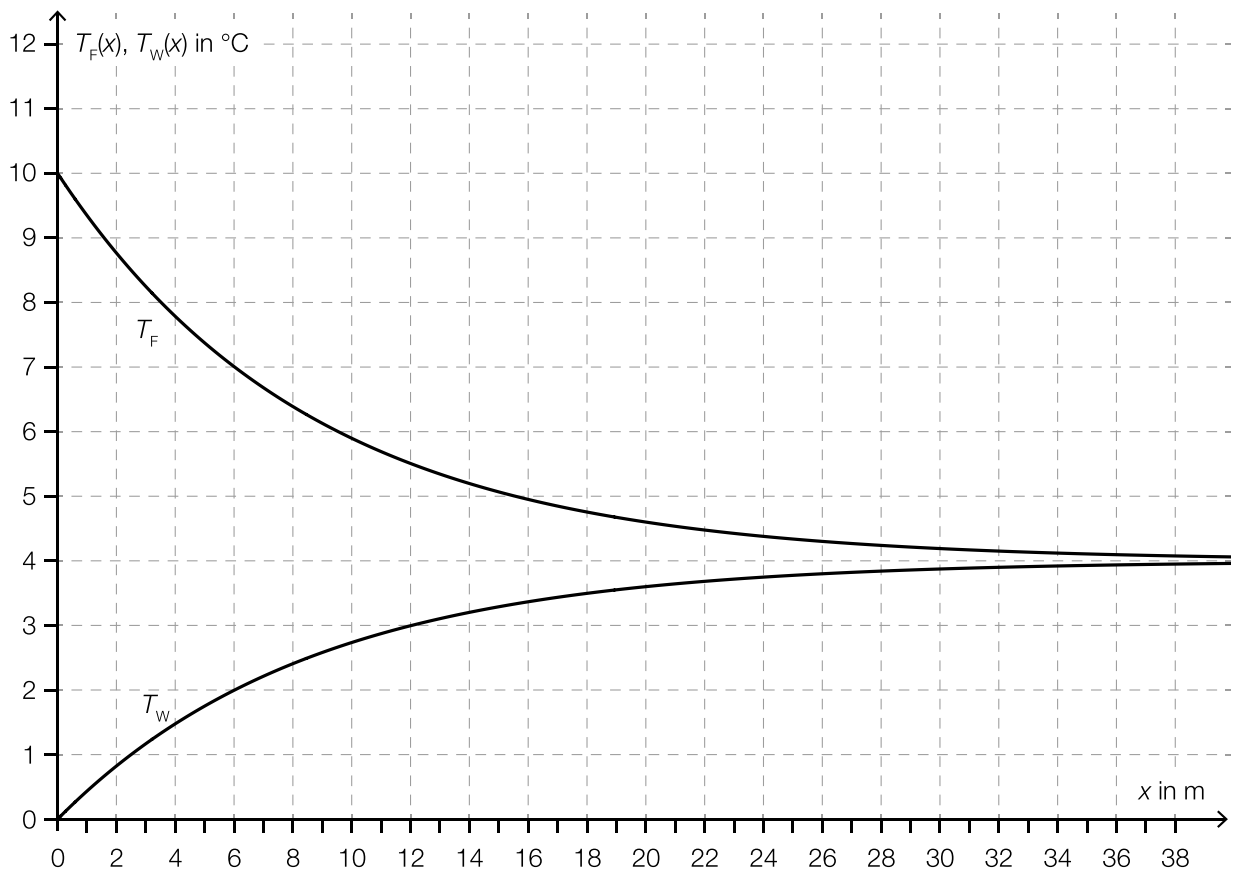


Aufgabe 8 (Teil B)

Limnologie

Die Limnologie erforscht wichtige Kenngrößen von stehenden Gewässern wie etwa Temperatur oder Dichte.

- a) Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft die Wassertemperatur eines Sees in Abhängigkeit von der Tiefe x im Frühling (T_F) und im Winter (T_W). Die Wassertemperatur nähert sich in beiden Fällen asymptotisch dem Wert 4 °C .



Die Wassertemperatur des Sees im Frühling kann in Abhängigkeit von der Tiefe x näherungsweise durch eine Exponentialfunktion T_F mit $T_F(x) = a + b \cdot e^{c \cdot x}$ beschrieben werden.

- 1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Parameter a , b und c der Funktion T_F .
[2 Punkte]

Für ein bestimmtes x_1 gilt: $T_F(x_1) - T_W(x_1) = 5$

- 2) Ermitteln Sie x_1 mithilfe der obigen Abbildung.
[1 Punkt]

b) In der Limnologie wird für bestimmte Zwecke eine Funktion g verwendet:

$$g(x) = a \cdot \left(1 - \frac{x}{b}\right)^{-1}$$

a, b ... positive Parameter

1) Kreuzen Sie diejenige Aussage an, die auf die Funktion g nicht zutrifft. [1 aus 5] [1 Punkt]

$g(0) = a$	<input type="checkbox"/>
Für $0 < x < b$ gilt: $g(x) > a$	<input type="checkbox"/>
g ist für $0 < x < b$ monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion g hat eine Polstelle.	<input type="checkbox"/>
$g(b) = 0$	<input type="checkbox"/>

c) Die Dichte von Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur kann unter bestimmten Bedingungen näherungsweise durch die Funktion ϱ beschrieben werden:

$$\varrho(T) = a - b \cdot (T - 4)^2 \text{ mit } 0 < T \leq 10$$

T ... Temperatur in °C

$\varrho(T)$... Dichte von Wasser bei der Temperatur T in kg/m³

a, b ... positive Parameter

1) Lesen Sie aus der obigen Funktionsgleichung die Koordinaten des Scheitelpunkts S von ϱ ab.

$$S = (\underline{\hspace{2cm}} | \underline{\hspace{2cm}})$$

[1 Punkt]

2) Argumentieren Sie mathematisch, dass der Scheitelpunkt ein Hochpunkt der Funktion ϱ ist.

[1 Punkt]

Es gilt: $a = 999,972$ und $b = 0,007$

Die Gleichung einer Tangente an den Graphen der Funktion ϱ lautet: $f(T) = 0,028 \cdot T + d$

3) Berechnen Sie den Parameter d .

[1 Punkt]

Jemand verwendet zur Berechnung der Dichte von Wasser bei 10 °C die obige Funktion ϱ mit den Parametern $a = 999,972$ und $b = 0,007$.

Die Dichte von Wasser bei 10 °C beträgt jedoch laut einer Tabelle 999,700 kg/m³.

4) Berechnen Sie den Betrag des absoluten Fehlers bei Verwendung der Funktion ϱ anstelle des Tabellenwerts.

[1 Punkt]